

# Zur indirekten Bestimmung der Fundamentalkonstanten

H. Zygan

Bayer AG, Leverkusen

(Z. Naturforsch. **32a**, 229–232 [1977] / eingegangen am 27. Januar 1977\*)

In determining the fundamental constants by *indirect* measurements one should not assume that a possible inaccuracy of the involved theories—in whatever respect this could occur—must inevitably result in at least one evident discrepancy between theory and experiment of the same order of magnitude.

In der Physik ist heute der Grundsatz umstritten, daß eine physikalische Theorie erst dann als solche akzeptiert werden kann, wenn ihre Aussagen experimentell geprüft worden sind und die experimentellen Ergebnisse mit der Theorie übereinstimmen. Obwohl man seit Galilei meint zu wissen, wie eine solche Prüfung zu erfolgen hat bzw. welche Aussagen aus bestimmten Meßergebnissen gezogen werden dürfen, so wird in der modernen Physik nicht immer nach diesem Grundsatz mit der notwendigen Konsequenz vorgegangen. Es ist daher notwendig, auf einen diesbezüglichen heute zumindest zu wenig beachteten, wenn nicht gar vernachlässigten Sachverhalt aufmerksam zu machen.

Die kritischen Vorbehalte gegen die heutige Praxis bei der Prüfung einer theoretischen Aussage am Experiment sollen am Beispiel der indirekten Bestimmung der Fundamentalkonstanten mit Hilfe der theoretischen Beziehungen der heutigen Physik verdeutlicht werden. Man nehme an, daß man von bestimmten experimentell gesicherten Grundvorstellungen ausgehen darf, auf deren Grundlage weitergehende theoretische Vorstellungen entwickelt worden sind. Um die wesentlichen Zusammenhänge deutlicher herausstellen zu können, soll von einer experimentell gesicherten Basistheorie und einer noch nicht vollständig am Experiment geprüften Modelltheorie gesprochen werden.

Die Basistheorie soll mit der Physik des Kontinuums (im strengen Sinne verstanden) identisch sein, und es soll davon ausgegangen werden, daß alle ihre Beziehungen mindestens mit einer Genauigkeit der Größenordnung 1 ppb gelten. Sämtliche Betrachtungen der Modelltheorie können daher diese Größenordnung der Genauigkeit nicht überschreiten, wenn sie nicht überhaupt wesentlich un-

Sonderdruckanforderungen an Dr. H. Zygan, Zum Hahnenberg 48, D-5068 Odenthal.

\* Eingang der 1. Fassung 3. Dezember 1976.

genauer sind. Darüber hinaus soll die Basistheorie mit der obigen Genauigkeit nur auf makroskopische Dimensionen beschränkt sein. Andererseits wird nicht von vornherein ausgeschlossen, daß entweder alle oder auch nur einige ihrer Gesetzmäßigkeiten auch für mikroskopische Bereiche gelten können. Insbesondere ist zu erwähnen, daß die Frage nach der Gültigkeit des Coulomb-Potentials in mikroskopischen Bereichen in der Basistheorie offen ist. Zur Basistheorie zählt auch die Relativitätstheorie. Die Vorstellung eines punktförmigen, d. h. ausdehnungslosen oder eines im Sinne des Kontinuums ausgedehnten Elektrons gehört nicht dazu. Wenn man aber die „Art der Ausdehnung“ des Elektrons offen läßt bzw. postuliert, daß es außer der im Kontinuum allein denkbaren Alternative punktförmig ausgedehnt noch eine weitere Möglichkeit von Ausdehnung geben kann, so soll in der Basistheorie sehr wohl die Vorstellung eines Trägers (Elektron) prinzipiell immer gleicher Werte seiner physikalischen Eigenschaften, insbesondere seiner Ruhemasse  $m$  und elektrischen Ladung  $e$  zugelassen sein. Analog dazu soll außerdem die Vorstellung eines weiteren Objekts (Photon) zur Basistheorie gehören, das durch sein Wirkungsquantum  $h$ , seine Energie  $E$  und seine Frequenz  $\nu$  mit  $h = E/\nu$  gekennzeichnet ist. Die Werte von  $m$ ,  $e$ ,  $h$  werden als Fundamentalkonstanten bezeichnet. Sie sind begrifflich bereits im Rahmen der Basistheorie definiert. Natürlich bleibt es im Begriffsbereich der Basistheorie unerfindlich, warum jene Träger prinzipiell immer die exakt gleichen Werte bzw. von  $m$ ,  $e$  und  $h$  haben sollen, aber einen Widerspruch zu den anderen Aussagen der Basistheorie bedeutet das nicht.

Die Modelltheorie soll die Hypothese der Gültigkeit des Coulomb-Potentials für beliebig kleine im Kontinuum ausdrückbare Abstände und die heutige Theorie des Atombaus enthalten. Was die Ausdehnung des Elektrons betrifft, so wird in der heutigen



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

Atomtheorie eine Hamilton-Funktion angesetzt, die einem punktförmigen Elektron entspricht. Der damit verbundene Widerspruch der unendlichen Selbstenergie wird hingenommen. Die drei Fundamentalkonstanten  $m$ ,  $e$ ,  $h$  kommen dann in drei theoretisch ableitbaren Ausdrücken

$$A = m e^4/h^3, \quad B = e/m, \quad C = h/m \quad (1)$$

vor, die bei einem bestimmten Stand der Experimentiertechnik nach Anweisung der Modelltheorie am genauesten gemessen werden können. Angenommen, diese Messungen sind mit solchen Genauigkeiten ausgeführt worden, daß sich daraus die Werte der Fundamentalkonstanten mit den folgenden – wieder im Sinne einer maximal möglichen Abweichung verstandenen – relativen Genauigkeiten für  $m_M$ ,  $e_M$  und  $h_M$  bzw.  $\Delta m_M/m_M$ ,  $\Delta e_M/e_M$  und  $\Delta h_M/h_M$  berechnen lassen, worin der Index M auf die Benutzung der Modelltheorie hinweisen soll.

Allgemein ist akzeptiert, daß damit nicht auch die Richtigkeit der Ausdrücke (1) der Modelltheorie mit jenen Genauigkeiten experimentell bestätigt ist, denn dazu wäre erforderlich, daß die drei Fundamentalkonstanten ( $m$ ,  $e$ ,  $h$ ) ohne Benutzung der Modelltheorie, d. h. allein im Rahmen der Basistheorie gemessen und nach Einsetzen der so erhaltenen Werte  $m_B$ ,  $e_B$ ,  $h_B$  in (1) die dann resultierenden Werte  $A_{th}$ ,  $B_{th}$ ,  $C_{th}$  mit den im Rahmen der Modelltheorie gemessenen Werten  $A_{ex}$ ,  $B_{ex}$ ,  $C_{ex}$  bis auf die obige relative Meßgenauigkeit übereinstimmen würden.

Weiter werde angenommen, daß in der Zeit, bevor die Modelltheorie allgemein akzeptiert wird, die Werte der Fundamentalkonstanten in der Basistheorie  $m_B$ ,  $e_B$ ,  $h_B$  nur mit quadratisch kleinerer Größenordnung ihrer Genauigkeiten im Vergleich zur Größenordnung der Genauigkeiten, die für die Werte  $A_{ex}$ ,  $B_{ex}$ ,  $C_{ex}$  und damit auch für die Werte  $m_M$ ,  $e_M$  und  $h_M$  resultieren, gemessen werden können, so daß näherungsweise gilt

$$\sqrt{\Delta m_M/m_M} \sim \Delta m_B/m_B, \quad \sqrt{\Delta e_M/e_M} \sim \Delta e_B/e_B$$

und  $\sqrt{\Delta h_M/h_M} \sim \Delta h_B/h_B$ .

Wenn nun die Modelltheorie auch noch funktionale Zusammenhänge weiterer ihrer Meßgrößen  $D_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ), die physikalisch von gleicher Art sind und alle in derselben funktionalen Weise von den Fundamentalkonstanten (z. B. alle von ein und demselben, aus den Fundamentalkonstanten gebildeten Proportionalitätsfaktor „Rydberg-Konstante“) abhängen, mit der hohen Meßgenauigkeit wiedergeben

kann, die für die Messung der Ausdrücke (1) der Modelltheorie erreicht wird, so wird die Modelltheorie (auch ohne Ausführung der noch ausstehenden Messung der  $e$ ,  $m$ ,  $h$  in der Basistheorie allein) allgemein als zutreffend (mit der hohen Genauigkeit der  $A_{ex}$ ,  $B_{ex}$ ,  $C_{ex}$ ) akzeptiert, zumal wenn die  $A_{ex}$ ,  $B_{ex}$  und  $C_{ex}$  mit den  $A_{th}$ ,  $B_{th}$  und  $C_{th}$  verträglich sind.

Damit wird die Hypothese eingeführt, daß die Modelltheorie mit der hohen Genauigkeit die Wirklichkeit auch in dieser Beziehung richtig wiedergibt. Trifft diese Hypothese zu, so ist dann umgekehrt erlaubt, die Modelltheorie zur „indirekten“ Messung der Fundamentalkonstanten mit einer Genauigkeit derselben Größenordnung, wie sie den  $A_{ex}$ ,  $B_{ex}$ ,  $C_{ex}$  zukommt, zu benutzen. Die einer solchen Bestimmung zugrunde liegende Hypothese braucht nicht immer erwähnt zu werden, aber man darf sie auch nicht außer Betracht lassen, wenn mit fortschreitender Meßtechnik im Laufe der Jahrzehnte die indirekt bestimmten Fundamentalkonstanten mit einem Genauigkeitsanspruch von ständig wachsender Größenordnung angegeben werden. Nach wie vor bleibt daher die Notwendigkeit von Messungen der Fundamentalkonstanten mit dem jeweils geltend gemachten Genauigkeitsanspruch im Rahmen der Basistheorie allein bestehen.

Solange dieser Notwendigkeit nicht entsprochen wird, kann nicht ausgeschlossen werden, daß die Ausdrücke (1) und damit die Modelltheorie für die Beschreibung der Wirklichkeit nicht mit der beanspruchten Genauigkeit zutreffen. Je höher die Genauigkeitsansprüche gestellt werden, um so größer wird das Risiko einer Fehlinterpretation der Meßergebnisse, zumal die Modelltheorie mit einem punktförmigen Elektron rechnet und damit in ihrem Ansatz einen inneren Widerspruch enthält. Das gilt auch für die quantenelektrodynamische Rechnung und zieht u. a. die Notwendigkeit der Renormierung der Masse und der Ladung des Elektrons nach sich. Solange die Fundamentalkonstanten nicht allein im Rahmen der Basistheorie gemessen sind, kann nicht ausgeschlossen werden, daß ein Versagen der Modelltheorie bereits weit vor Erreichung der beanspruchten Genauigkeit vorliegt und das, was als Übereinstimmung der Modelltheorie mit dem Experiment (mit der in ihrem Rahmen erreichten Meßgenauigkeit) angesehen wird, nur die Folge einer Anpassung der Werte von  $m$ ,  $e$ ,  $h$  ist, die zwangsläufig zustande kommt, weil zu deren Berechnung

die Modelltheorie selbst benutzt wird, wie die folgende einfache Rechnung zeigt.

Die mit Benutzung der Modelltheorie erhaltenen Meßwerte  $A_{\text{ex}}$ ,  $B_{\text{ex}}$ ,  $C_{\text{ex}}$  mögen für die Fundamentalkonstanten die Werte  $m$ ,  $e$  und  $h$  (Index M kann jetzt entfallen) liefern, deren Ungenauigkeiten  $\Delta m/m$ ,  $\Delta e/e$  und  $\Delta h/h$  alle von derselben Größenordnung wie die Ungenauigkeiten der  $A_{\text{ex}}$ ,  $B_{\text{ex}}$ ,  $C_{\text{ex}}$  und quadratisch klein gegen die Ungenauigkeiten bzw.  $\varepsilon_m = \Delta m_B/m_B$ ,  $\varepsilon_e = \Delta e_B/e_B$  und  $\varepsilon_h = \Delta h_B/h_B$  ihrer Messung im Rahmen der Basistheorie sein. Dann können folgende Alternativen nicht ausgeschlossen werden:

1. In der Modelltheorie fehlt zur wahren Abbildung der Wirklichkeit bereits ein Beitrag, der anstatt  $A = m e^4/h^3$  den Ausdruck  $A = m' e'^4 (1 + 2\zeta)/h'^3$  mit  $m' = m(1 - \zeta_m)$ ,  $e' = e(1 - \zeta_e)$  und  $h' = h(1 - \zeta_h)$  erfordern würde, aber infolge der Berechnung der  $m$ ,  $e$ ,  $h$  aus den  $A_{\text{ex}}$ ,  $B_{\text{ex}}$ ,  $C_{\text{ex}}$  nicht explizite auftritt, wenn noch  $\zeta_m = \zeta_e = \zeta$  und  $\zeta_h = \zeta_m = \zeta$  mit  $|\zeta| \leq \min\{\varepsilon_m, \varepsilon_e, \varepsilon_h\}$  ist, weil dann gleichzeitig mit der hohen Genauigkeit der Modelltheorie gelten  $B = e'/m'$  und  $C = h'/m'$ .

2. Für  $\zeta_m + 4\zeta_e - 3\zeta_h = 0$  und  $\zeta_h - \zeta_m = 0$  erhält man  $B = e'(1 - \zeta_m/2)/m'$ , was einem überspielten Anteil von derselben Größenordnung im Ausdruck für  $B$  gleichkommt, wobei  $|\zeta_h| = |\zeta_m| \leq \min\{\varepsilon_h, \varepsilon_m\}$  und  $|\zeta_e| \leq \varepsilon_e$ .

3. Mit  $\zeta_m + 4\zeta_e - 3\zeta_h = 0$  und  $\zeta_e - \zeta_m = 0$  resultiert  $C = h'(1 + 2\zeta_m/3)/m'$  und die Möglichkeit, daß bei  $C$  ein entsprechender Beitrag nicht berücksichtigt worden ist, wobei dann  $|\zeta_e| = |\zeta_m| \leq \min\{\varepsilon_e, \varepsilon_m\}$  und  $|\zeta_h| \leq \varepsilon_h$ .

Damit gilt: Bei einem Versagen der Modelltheorie ab der relativen Genauigkeit  $\zeta$ , kann infolge der Anpassung der Fundamentalkonstanten eine Diskrepanz bis zur relativen Genauigkeit  $\zeta^2$  unterdrückt werden.

Nun wird man mit Recht einwenden, daß die Modelltheorie noch andere Ausdrücke enthalten kann, deren Übereinstimmung mit dem Experiment infolge Überbestimmung derartige Möglichkeiten ausschließt. Dem muß aber entgegengehalten werden, daß auch in dieser Messung ein von der Modelltheorie fälschlicherweise gelieferter Bestandteil enthalten sein kann, der allerdings dann gewissen einschränkenden Bedingungen unterliegt. Solche Bedingungen können am ehesten dann erfüllt sein, wenn sie auf einen für alle Messungen gemeinsamen Wi-

derspruch im Ansatz der Modelltheorie zurückgehen, wie es hier der Fall ist (punktformiges Elektron). Viel wichtiger ist aber die Tatsache, daß im allgemeinen auch in der Modelltheorie nur einige wenige Ausdrücke mit höchster Genauigkeit gemessen werden können und daher die einschränkenden Bedingungen nicht immer so stark sind, wie das eine rein formal mathematische Analyse nahelegen könnte. Denn wird beispielsweise bei einem bestimmten Stand der Meßgenauigkeit für die Ausdrücke der Modelltheorie eine sehr genaue Meßmethode für  $e/h$  gefunden (Josephson-Effekt), die mit den bisherigen (ungenauerer) Meßmethoden für  $C = h/m$  (z. B. Comptonwellenlänge des Elektrons und andere Röntgen-Messungen) nicht voll im Einklang steht, so wird üblicherweise im Gleichungssystem (1) der Ausdruck für  $C$  praktisch durch  $e/h$  ersetzt, weil dann die Meßmethoden für  $h/m$  infolge ihres geringen Gewichts fast ganz an Einfluß verlieren. Wenn sich in einem solchen Fall  $1^{-3}$  die Werte von  $m$ ,  $e$ ,  $h$  gegenüber den zuvor akzeptierten wesentlich ändern, so sollte das nicht nur als ein Fortschritt der genaueren Kenntnis der Fundamentalkonstanten gewertet werden, sondern auch als ein Warnzeichen für ein mögliches Versagen der Modelltheorie, weil man sich nicht darauf verlassen kann, daß beim Versagen der Modelltheorie ab einer bestimmten Größenordnung der Genauigkeit notwendig eine Diskrepanz bei etwa derselben Größenordnung auftreten würde. Falls z. B. die Modelltheorie bereits bei der Größenordnung 1000 ppm versagt, braucht bis zu einer Größenordnung von 1 ppm keine Diskrepanz aufzutreten! Diese Aussage kann auch dann aufrechterhalten werden, wenn der obige Gleichungssatz durch Einbeziehung etwa gleich genauer Werte von  $e/h$  und  $h/m$  „echt“ überbestimmt wäre (was aber heute nicht der Fall ist), weil bei einer vom Experiment noch nicht voll bestätigten Modelltheorie nicht von vornherein eine geeignet abgeänderte Modelltheorie auszuschließen ist.

Stellen sich andererseits noch vor der Ausführung einer Messung der Fundamentalkonstanten im Rahmen der Basistheorie allein (mindestens mit einer Genauigkeit, die gleich derjenigen in der Modelltheorie ist) Unstimmigkeiten zwischen Modelltheorie und Experiment heraus, so kann nicht ausgeschlossen werden, daß ein passender Korrektureffekt nur vordergründig gesehen als vom Experiment her gefordert erscheint: Die Unstimmigkeit könnte nur wegen der falschen Werte der  $m$ ,  $e$ ,  $h$

bedingt sein, die sich in höherer Näherung bei den Ausdrücken (1) nicht mehr kompensieren. In einer Modelltheorie, deren Fundamentalkonstanten die Hypothese der Gültigkeit dieser Theorie auf dem jeweils erreichten Genauigkeitsstand erfordern, können Korrektureffekte nicht einmal als in erster Näherung experimentell verifiziert angesehen werden. Unter solchen Umständen kann die nur näherungsweise numerische Übereinstimmung streng genommen nicht mit gutem Gewissen als Bestätigung für die begriffliche Richtigkeit einer Korrekturmodellvorstellung betrachtet werden. Da die Messung der Fundamentalkonstanten  $m$ ,  $e$ ,  $h$  im Rahmen der Basistheorie mit der heute für diese beanspruchten Genauigkeit ihrer Kenntnis bisher nicht durchgeführt ist, kann man nicht sicher sein, daß im Laufe der vielen Jahrzehnte nicht auch solche vom Experiment nur vordergründig geforderte Korrektureffekte eingeführt wurden. In Anbetracht des Widerspruchs, daß in der heutigen Atomphysik das Elektron immer noch als Massen- und Ladungspunkt behandelt wird, könnte damit in der Physik eine Fehlentwicklung andauern, deren Tragweite nur schwer abzusehen ist.

Zur Beseitigung dieser ernsthaften Unsicherheit ist dringend notwendig, die Fundamentalkonstanten  $e$ ,  $m$ ,  $h$  mit Hilfe solcher Meßmethoden hoher Genauigkeit zu bestimmen, die von den zu prüfenden theoretischen Vorstellungen, d. h. der Modelltheorie und insbesondere der Behandlung des Elektrons als Massen- und Ladungspunkt sowie der Hypothese für das Coulomb-Potential in Mikrobereichen unabhängig sind, oder von ihnen keinen Gebrauch machen (direkte Meßmethoden).

Zusammenfassend folgt: Bei Anwendung indirekter Meßmethoden ist es falsch, sich darauf zu verlassen, daß ein mögliches Versagen ab einer bestimmten Größenordnung der Genauigkeit der be-

nutzten Theorien – in welcher Hinsicht auch immer das der Fall sein könnte – sich notwendig bereits bei derselben Größenordnung der Genauigkeit durch evidente Diskrepanzen bemerkbar machen würde.

Da bekanntlich die Elementarladung eine Schlüssestellung bei der Bestimmung der Werte der Fundamentalkonstanten einnimmt, ist es besonders bedauerlich, daß bis heute keine direkte Präzisionsmessung ihres Wertes verfügbar ist, die allein mit den Grundgesetzen der Mechanik, Elektostatik und der Vorstellung, daß alle Elektronen die gleiche Elementarladung haben, auskommt (Basistheorie), obwohl seit mehreren Jahren ein realisierbares, wenn auch nicht ganz einfaches Verfahren für eine solche Messung vorgeschlagen worden ist<sup>4</sup>. Von nahezu gleicher Bedeutung sind Präzisionsmessungen von  $e/m$ , die ebenso wie die vorgeschlagene direkte Präzisionsmessung der Elementarladung ohne die Benutzung der Hypothese des punktförmigen Elektrons auskommen, was für sämtliche heute zur Präzisionsbestimmung von  $e/m$  benutzten Meßmethoden nicht zutrifft, da in diese die Krümmung der Elektronenbahnen als Meßgröße eingeht, oder sie von der heutigen Theorie des Atombaus Gebrauch machen. Es ist zu fragen, ob sich in mancher der nach allgemeiner Ansicht nur ungenau ausführbaren und daher verlassenen Meßmethoden für  $e/m$  mit wesentlich linearer Bewegung der Elektronen nicht auch Sachverhalte bemerkbar machen, die auf eine unzulässige Vorstellung des Elektrons als Massen- und Ladungspunkt hinweisen. Daneben gilt auch heute noch unverändert, daß die Gültigkeit des Coulomb-Potentials für Entfernungen der Größenordnung  $< 10^{-10}$  cm nur unter der experimentell noch nicht voll bewiesenen Voraussetzung der Gültigkeit der heutigen Atomtheorie als „experimentell gesichert“ angesehen werden kann<sup>5</sup>.

<sup>1</sup> B. N. Taylor, W. H. Parker u. D. N. Langenberg, Rev. Mod. Phys. **41**, 375 [1969].

<sup>2</sup> E. R. Cohen u. B. N. Taylor, J. Phys. Chem. Ref. Data **2**, 663 [1973].

<sup>3</sup> W. L. Bendl, Naval Research Laboratory, Memorandum Report 3213, Jan. 1976.

<sup>4</sup> H. Zygan, Z. Naturforsch. **25a**, 1236 [1970].

<sup>5</sup> H. Zygan, Phys. Letters **33 A**, 293 [1970].